



Волинський національний університет імені Лесі Українки

Кафедра математичного аналізу та статистики

СИЛАБУС

вибіркового освітнього компонента

ОСНОВИ ТЕОРІЇ НАПІВГРУП

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	Е Природничі науки, математика та статистика
Спеціальність	Е7 Математика
Освітня програма	Математика
Форма здобуття освіти	Денна
Розробник (викладач)	Волошина Тетяна Володимирівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Контактна інформація	Електронна адреса викладача: tetianavoloshyna@gmail.com Телефон: 050-26-28-392
Семестр, курс	8 семестр, 4 курс
Обсяг освітнього компонента	Загальний обсяг: 5 кредитів ЄКТС / 150 годин. Аудиторних годин: 30; з них: лекцій – 10 год., практичних – 20 год. Самостійної роботи: 110 годин. Консультацій: 10 годин.
Форма контролю	Залік
Мова навчання	Українська
Час занять	Тижневих годин – 2 год. Аудиторні заняття проводяться за розкладом: http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.
Анотація курсу	Теорію напівгруп можна розглядати як абстрактну теорію перетворень. Це відносно новий розділ математики, що активно розвивається і знаходить практичні застосування. З іншого боку, поняття напівгрупи є фундаментальним у сучасній алгебрі. Напівгрупи є природним узагальненням груп, складають багатий і різноманітний за своїми властивостями клас алгебраїчних структур, що зустрічаються в усіх розділах математики і викликають до себе окремий інтерес. Теорія напівгруп пов'язана з дослідженням динамічних систем, з теорією автоматів.
Мета і завдання освітнього компонента	Головною метою курсу є формування особистості здобувача, розвиток інтелекту, аналітичного та синтетичного мислення, математичної культури та інтуїції; оволодіння теоретичними основами та понятійним апаратом теорії напівгруп; ознайомлення з основними напрямками в сучасних дослідженнях напівгруп; набуття навичок застосування отриманих знань на практиці; формування професійних компетентностей математика. Основні завдання курсу полягають у тому, щоб розвинути у здобувачів здатність до абстрактного мислення, формулювання проблем у математичній та в символічній формі; здатність конструювати формальні доведення; здійснювати дослідницьку роботу в сфері теорії напівгруп та їх практичного застосування. Очікується, що після опанування вибіркового курсу «Основи теорії напівгруп» здобувачі будуть знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур (груп, напівгруп, кілець, полів, лінійних просторів та ін.).

Soft skills	<p>Вивчення теорії напівгруп сприяє тому, що здобувачі будуть розвивати у собі:</p> <ul style="list-style-type: none">• здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;• здатність генерувати ідеї, проявляти креативність;• здатність перевіряти гіпотези, умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів;• вміння будувати ланцюжки міркувань у логічній послідовності з метою доведення математичних тверджень;• здатність вести конструктивну дискусію;• здатність формулювати та обґрунтовувати висновки у словесній та формальній формі, приймати обґрунтовані рішення;• здатність до автономної роботи;• здатність працювати у малих групах над розв'язанням професійних задач;• цілеспрямованість та наполегливість у досягненні мети.
--------------------	--

Структура освітнього компонента

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					Форма контролю* / бали
	Усього	у тому числі				
		Лекції	Практичні заняття	Консультації	Самостійна робота	
Змістовий модуль 1. Основні поняття теорії напівгруп						
Тема 1. Поняття напівгрупи: основні означення та приклади.	9	1	1	1	6	УО, РЗ / 5 б.
Тема 2. Регулярне зображення напівгрупи	9	1			8	
Тема 3. Напівгрупа бінарних відношень	8		1	1	6	
Тема 4. Конгруенції на напівгрупі. Фактор-напівгрупа.	11	1	2		8	УО, РЗ / 5 б.
Тема 5. Гомоморфізми напівгруп	12	1	2	1	8	УО, РЗ / 5 б.
Тема 6. Циклічні напівгрупи та їх піднапівгрупи	9		2	1	6	УО, РЗ / 5 б.
Тема 7. Оборотні елементи в напівгрупі. Максимальні підгрупи напівгруп.	9			1	8	РМГ / 5 б.
Разом за змістовим модулем 1	67	4	8	5	50	25 б.
Змістовий модуль 2. Відношення Гріна на множині елементів напівгрупи						
Тема 8. Ідеали напівгруп	12	1		1	10	УО, РЗ / 5 б.
Тема 9. Відношення Гріна на множині елементів напівгрупи	13	1	2		10	
Тема 10. D-діаграма повної напівгрупи перетворень множини	15		4	1	10	РМГ, РЗ / 5 б.
Разом за змістовим модулем 2	40	2	6	2	30	10 б.
Змістовий модуль 3. Інверсні напівгрупи						
Тема 11. Регулярні елементи напівгрупи. Регулярні напівгрупи, їх властивості.	9	1	1	1	6	УО, РЗ / 5 б.
Тема 12. Інверсні напівгрупи та їх властивості	12	2	1	1	8	
Тема 13. Приклади інверсних напівгруп. Симетрична інверсна напівгрупа.	10	1	2	1	6	РЗ / 5 б.
Тема 14. Застосування інверсних напівгруп	12		2		10	УО, РМГ / 5 б.
Разом за змістовим модулем 3	43	4	6	3	30	15 б.
Письмова контрольна робота						20 б.
Колоквіум						20 б.
Всього годин / балів	150	10	20	10	110	100 б.

* УО – усне опитування; РМГ – робота в малих групах; РЗ – розв’язування задач.

Завдання для самостійного опрацювання

Самостійна робота здобувачів включає в себе:

1. Опрацювання теоретичних основ лекційного матеріалу. 32 год.
Перевірка здійснюється під час практичних занять і враховується при виставленні поточної оцінки за відповідний змістовий модуль.
2. Підготовка до практичних занять, виконання домашніх завдань. 20 год.
Перевірка здійснюється під час практичних занять. Якість, кількість і терміни виконання враховуються при виставленні поточної оцінки за відповідний змістовий модуль.
3. Систематизація вивченого матеріалу перед контрольними заходами. 20 год.
Перевірка здійснюється під час контрольної роботи та під час колоквиуму.
4. Вивчення тем, що не розглядаються в курсі лекцій. 38 год.
Перевірка здійснюється під час контрольних заходів.

Перелік тем, що виносяться на самостійне опрацювання

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Регулярне зображення напівгрупи.	8
2	Відношення еквівалентності на множині	6
3	Піднапівгрупи скінченних циклічних напівгруп	6
4	Оборотні елементи в напівгрупі.	4
5	Максимальні підгрупи напівгруп.	4
6	Застосування інверсних напівгруп	10
Разом		38

Оцінювання

Політика оцінювання та організація контрольних заходів здійснюється згідно з Положенням про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів освіти Волинського національного університету імені Лесі Українки <https://cutt.ly/yrNrzhM>.

Оцінювання навчальних досягнень з вибіркового курсу «Основи теорії напівгруп» здійснюється за 100 бальною шкалою. Оцінка включає в себе поточний контроль (оцінюється робота на парах під час усного опитування та розв'язування задач; вчасне і якісне виконання домашніх завдань, самостійне вивчення окремих тем курсу, виконання індивідуальних завдань – всього 60 балів за усі види робіт) та оцінки за колоквиум (20 балів) та письмову контрольну роботу (20 балів). Максимальна кількість балів, яку може накопичити здобувач за семестр, складає 100 балів. Призери студентської математичної олімпіади можуть отримати додаткові (бонусні) бали за правильне розв'язання задач з алгебри на олімпіаді (не більше 5 балів), які зараховуються як результати поточного контролю.

Письмова контрольна робота містить типові задачі курсу. На колоквиумі здобувачу пропонується письмово розкрити теоретичне питання. Розподіл балів між завданнями у межах письмової роботи та критерії їх оцінювання вказані у відповідній модульній роботі.

При оцінюванні окремого завдання (задачі) викладач керується наступними критеріями оцінювання:

- правильно розв'язана задача із повним обґрунтуванням усіх кроків (повністю та послідовно викладене теоретичне питання з доведенням та прикладами) оцінюється максимальною кількістю балів, передбаченою за це завдання;
- розв'язана задача, у викладках до якої допущено незначні недоліки, наявні прогалини у обґрунтуванні деяких кроків (теоретичне питання з неповним доведенням, без наведених прикладів, викладено непослідовно) оцінюється кількістю балів у межах 75-95% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання;
- розв'язана задача, проте у її розв'язанні допущено суттєві помилки, висновки необґрунтовані (виклад теоретичного питання непослідовний, неповний, без доведень та

прикладів, з неточностями у формулюваннях), оцінюється кількістю балів у межах 50-74% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання;

- задача розв'язана не до кінця, з суттєвими помилками та прогалинами у розв'язанні, висновки відсутні (частковий виклад теоретичного питання, без доведень та прикладів, з суттєвими помилками), оцінюється кількістю балів у межах 25-49% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання;
- задача нерозв'язана, проте наведені окремі продуктивні міркування та обчислення, які можуть привести до часткових чи проміжних результатів (поверхневий виклад міркувань щодо теоретичного питання, доведення відсутні, допущено грубі помилки), оцінюється кількістю балів у межах 11-24% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання;
- задача нерозв'язана, наведені міркування та обчислення не привели до часткових чи проміжних результатів (містяться фрагментарні міркування щодо теоретичного питання, хибні твердження, неправильні формули), оцінюється кількістю балів, що не перевищує 10% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання.

Якщо за результатами семестру здобувачем накопичено не менше 60 балів, і студент (ка) погоджується із цим результатом, то оцінка за семестр виставляється без складання заліку в день, передбачений графіком заліково-екзаменаційної сесії. Якщо за результатами семестру накопичено менше 60 балів або студент (ка) не погоджується із результатом, то він (вона) складає залік як ліквідацію академічної заборгованості, при цьому бали накопичені за семестр анулюються. Залік проходить у письмовій формі, здобувачу пропонується набір задач та теоретичних запитань, передбачених програмою курсу.

Перелік питань до заліку, перелік тем для самостійного опрацювання, завдання для аудиторної роботи та домашні завдання можна завантажити у дистанційному курсі за посиланням <https://moodle-cs.vnu.edu.ua/course/view.php?id=243>.

Перелік питань до заліку

Студенти повинні активно володіти наведеними нижче поняттями: знати означення, приводити приклади, знати властивості цих понять та зв'язки між ними.

- Означення напівгрупи.
- Означення інверсної напівгрупи.
- Означення регулярної напівгрупи.
- Повна напівгрупа перетворень множини та її властивості.
- Означення гомоморфізму та ізоморфізму напівгруп.
- Означення регулярного зображення напівгрупи.
- Напівгрупа бінарних відношень та її властивості.
- Означення відношення еквівалентності на множині.
- Означення конгруенції на напівгрупі.
- Означення фактор-напівгрупи напівгрупи за модулем конгруенції.
- Означення канонічного гомоморфізму напівгрупи на фактор-напівгрупу.
- Означення циклічної напівгрупи.
- Означення порядку елемента напівгрупи.
- Означення (лівого / правого) оберненого та оборотного (зліва / справа) елемента напівгрупи з одиницею.
- Означення (лівого / правого) ідеалу напівгрупи.
- Означення головного (лівого / правого) ідеалу напівгрупи.
- Означення відношень Гріна.
- Поняття D-діаграми напівгрупи.
- Інверсна симетрична напівгрупа та її властивості.

Студенти повинні вміти формулювати та доводити такі основні теореми (леми):

- Теорема про точність розширеного регулярного зображення напівгрупи.
- Основна теорема про гомоморфізми напівгруп.
- Зв'язок порядку скінченної циклічної напівгрупи з її індексом та періодом.
- Теорема про циклічні напівгрупи.
- Теорема про оборотні елементи напівгрупи з одиницею.
- Лема про максимальні підгрупи напівгрупи.
- Властивості відношень Гріна.
- Лема Гріна.
- Теорема про рівнопотужність H -класів напівгрупи, що лежать в одному D -класі.
- Лема про відношення Гріна на повній напівгрупі перетворень множини.
- Властивості регулярних елементів напівгрупи.
- Теореми про інверсні напівгрупи.
- Теорема Вагнера-Престона.

Політика викладача щодо здобувача

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки, загально-прийнятих морально-етичних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття без поважних причин; користування мобільним телефоном або іншими мобільними пристроями під час заняття не з навчальною метою, зокрема розмови, переписка, ігри та інші розваги; списування. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. У випадку запровадження дистанційної форми навчання, що може бути пов'язано із карантинном, надзвичайними ситуаціями, воєнним станом і т. ін., заняття проводитимуться в режимі відео конференції Zoom та / або з використанням платформи Moodle <https://moodle-cs.vnu.edu.ua/>. Матеріал пропущених занять здобувач опрацьовує самостійно, звітує про виконання викладачу в індивідуальному порядку. Пропущені заняття не звільняють студента від вчасного виконання контрольних заходів разом із групою.

Перезарахування окремих змістових модулів, контрольних заходів в межах освітнього компонента регламентується Положенням про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки <https://cutt.ly/erMCERSG>.

Політика щодо академічної доброчесності

Під час навчання учасники освітнього процесу зобов'язані дотримуватися академічної доброчесності: етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності <https://cutt.ly/VrMCNwQN>.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю (для осіб з особливим освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі використання ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право; надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності.

Під час оцінювання результатів навчання студенти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

Політика щодо дедлайнів та перекладання

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання. Прозвітуватися про виконання завдань можна під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу.

Перекладання контрольних заходів заборонено. Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку.

Рекомендована література

Методичне забезпечення

1. Волошина Т.В. Основи теорії напівгруп : курс лекцій. Луцьк: Вежа-Друк, 2026. 81 с.
2. Дистанційний курс <https://moodle-cs.vnu.edu.ua/course/view.php?id=243>

Основна література

1. Clifford A.H., Preston G.B. The Algebraic Theory of Semigroups. V.1. Math. Surveys, No. 7. Rhode Islands: Amer. Math. Society, 1964. 224 p.
2. Clifford A.H., Preston G.B. The Algebraic Theory of Semigroups. V.2. Math. Surveys, No. 7. Rhode Islands: Amer. Math. Society, 1967. 352 p.

Додаткова література

1. Ganyushkin O., Mazorchuk V. Classical Finite Transformation Semigroups: an Introduction. London, Springer-Verlag London, 2009. Algebra and Applications. V.9. 328 p.
2. Lallement G. Semigroups and combinatorial applications. Pure and Applied Mathematical Series. NY : Wiley, 1979. 376 p.

Затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу та статистики

протокол № 8 від 30 січня 2026 р.

Завідувач кафедри

Погоджено

Гарант освітньо-професійної програми



Федуник-Яремчук О.В.

Волошина Т.В.